Exercice N°1:

1) $(E) : x^2 - 2x\sqrt{5} - 8 = 0,$

a et c sont de signes contraires donc (E) admet 2 solutions.

Comme $x'x" = \frac{c}{a} < 0$ donc x' et $x"$ sont aussi de signes contraires.

2) **$S = x' + x" = \frac{-b}{a}$** et **$P = x'x" = \frac{c}{a}$**

$$\begin{aligned}
A &= x'(x" - 3) + x"(x' - 3) \\
&= x'x" - 3x' + x"x' - 3x" \\
&= 2x'x" - 3(x' + x") \\
&= 2\frac{c}{a} - 3(\frac{-b}{a}) \\
&= 2(-8) - 3(2\sqrt{5}) \\
&= 16 - 6\sqrt{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \underbrace{(x')^2 + (x")^2 + 2x'x"}\, - 2x'x" \\
&= (x' + x")^2 - 2x'x" \\
&= S^2 - 2P \\
&= (2\sqrt{5})^2 - 2 \times (-8) \\
&= 20 + 16 \\
&= 36
\end{aligned}$$

Exercice N°2:

1) $|-2x+4| = x^2+4$

$-2x+4 = x^2+4$ ou $-2x+4 = -x^2-4$

$-x^2-2x = 0$ ou $x^2-2x+8 = 0$

$-x(x+2) = 0$ ou $\Delta = (-2)^2 - 4\times 8 = -28 < 0$

$x = 0$ ou $x = -2$

$$S_{\mathbb{R}} = \{0, -2\}$$

2) $||x+1|+3| = 5$

$|x+1|+3 = 5$ ou $|x+1|+3 = -5$

$|x+1| = 2$ ou $|x+1| = -8$ impossible

$x+1 = 2$ ou $x+1 = -2$

$x = 1$ ou $x = -3$

$S_{\mathbb{R}} = \{1, -3\}$

3) $\sqrt{2x-1} \geq x+1$

Condition: $2x-1 \geq 0 \iff x \geq \frac{1}{2} \iff x \in [\frac{1}{2}, +\infty[$

1^{er}cas: Si $x+1 \geq 0$

$2x-1 \geq (x+1)^2 \iff 2x-1 \geq x^2+2x+1$

$2x-1-x^2-2x-1 \geq 0 \iff -x^2-2 \geq 0$

$x^2 \leq -2$ impossible

$2^{ème}$cas: Si $x+1 \leq 0$

$x \leq -1 \iff x \in]-\infty, -1]$

$\underbrace{\sqrt{2x-1}}_{+} \geq \underbrace{x+1}_{-}$

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty, -1]$

4) $\sqrt{x(x-3}=\sqrt{3x-5}$

<u>Condition:</u> $x(x-3)\geq 0$ et $3x-5\geq 0$

x	$-\infty$		0		$\frac{5}{3}$		3		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x(x-3)$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$3x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	

$$x\in[3,+\infty[$$

<u>Résolution:</u>

$x(x-3)=3x-5 \Longleftrightarrow x^2-3x-3x+5=0 \Longleftrightarrow x^2-6x+5=0$

Alors $x'=1$ ou $x''=5$

$S_{\mathbb{R}}=\{5\}$

Exercice N°3:

$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+8.$

2) a)
$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2}(x^2-4x+16) \\ &= \frac{1}{2}[(x-\frac{4}{2})^2-(\frac{4}{2})^2+16] \\ &= \frac{1}{2}[(x-2)^2+12] \\ &= \frac{1}{2}(x-2)^2+6 \end{aligned}$$

b) $f(x)$ atteint son minimum si $x-2=0 \Longleftrightarrow x=2$

c) Si $x=2$; $f(x)=6$ c'est le minimum de $f(x)$

Exercice N°4:

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \frac{-3}{2} \\ \frac{-7}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C-x_A \\ y_C-y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} \frac{-7}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

$$d\grave{e}t(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} \frac{-3}{2} & \frac{-7}{2} \\ \frac{-7}{2} & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = \frac{-29}{2} \neq 0$$

Donc $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{Ac})$ est une base du plan.

2) $ABCD$ est un plg $\Longleftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD} \\ A,B\ et\ C\ non\ align\acute{e}s\ (c'est\ fait) \end{cases}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D-x_C \\ y_D-y_C \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D+\frac{3}{2} \\ y_D-\frac{7}{2} \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x_D+\frac{3}{2}=\frac{-3}{2} \\ y_D-\frac{7}{2}=\frac{-7}{2} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x_D=-3 \\ y_D=0 \end{cases} \Longleftrightarrow D(-3,0)$$

3 a) $\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC} \Longleftrightarrow xx'+yy'=0$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$(-5)\times(-2)+(-2)\times 5=0$

Donc $\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC}$

b) $AB=||\overrightarrow{AB}||=\sqrt{(\frac{-3}{2})^2+(\frac{-7}{2})^2}=\sqrt{\frac{29}{2}}$

$AC=||\overrightarrow{AC}||=\sqrt{\frac{29}{2}}$

Alors $AB=AC$

* $ABCD$ est un plg
* $\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC}$
* Donc le quadrilatère est un losange.